Penalaran

Outline

- Ketidakpastian
- Probabilitas dan Teorema Bayes
- Faktor Kepastian (Certainty Factor)

Referensi

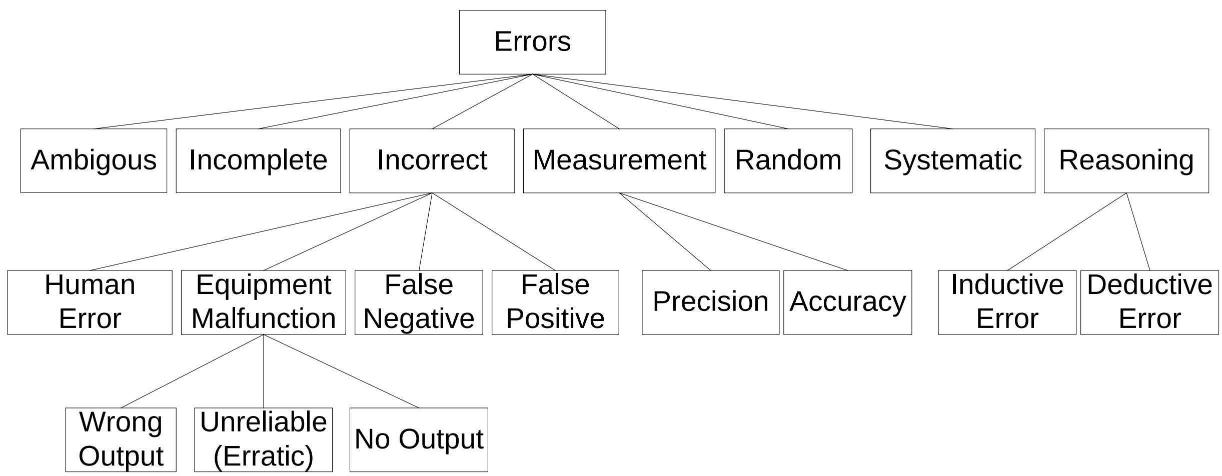
– Giarrantano, J and G.Riley, *Expert System : Principle and Programming,*4th ed, PWS Kent, 2004
– Sri Kusumadewi, *Artificial Intelligence : Teknik dan Aplikasinya*, Graha Ilmu, Yogyakarta, 2003

PENALARAN DENGAN KETIDAKPASTIAN (UNCERTAINITY)

KETIDAKPASTIAN (Uncertainity)

- Ketidakpastian dapat dianggap sebagai suatu kekurangan informasi yang memadai untuk membuat suatu keputusan.
- Ketidakpastian merupakan suatu permasalahan karena mungkin menghalangi kita membuat suatu keputusan yang terbaik.
- Teori-teori yang berhubungan dengan ketidakpastian :
  - Probabilitas Klasik
  - Probabilitas Bayes
  - Teori Hartley yang berdasarkan pada himpunan klasik
  - Teori Shanon yang didasarkan pada peluang
  - Teori Dempster-Shafer
  - Teori Fuzzy Zadeh
- Contoh aplikasi yang klasik sistem pakar yang sukses sehubungan dengan ketidakpastian :
  - MYCIN untuk diagnosa medis
  - PROPECTOR untuk ekplorasi mineral

TIPE-TIPE KESALAHAN / ERRORS (1/2)



•*Ambiguous* : kesalahan yg diinpretasikan lebih dari 1 cara
•*Incomplete* : ada informasi hilang
•*Incorrect* : informasi salah yang disebabkan manusia (kesalahan membaca data, peletakan informasi & peralatan)
•*Hipotesa* adalah sebuah asumsi yang akan di-test
    •*False Negative* : penolakan hipotesa jika benar
    •*False Positive* : penerimaan hipotesa jika tidak benar
•*Measurement* : kesalahan pengukuran
•*Precision* : dalam milimeter, 10 X lebih teliti daripada centimeter, berhubungan dg bagaimana kebenaran itu diketahui/baik (how well the truth is known)

TIPE-TIPE KESALAHAN / ERRORS (2/2)

- *Accuracy :* dalam centimeter, berhubungan dengan kebenaran (the truth)
- *Unreliability* : jika peralatan pengukuran mensuplay fakta yg tidak dipercaya.
- *Random* : fluktuasi nilai
- *Systematic* : tidak acak tetapi karena bias mis pembacaan kalibrasi.
- Contoh :

Example	Error	Reason
Turn the valve off	Ambiguous	What valve ?
Turn valve-1	Incomplete	Which way ?
Turn valve-1 off	Incorrect	Correct is on
Valve is stuck	False positive	Valve is not stuck
Valve is not stuck	False negative	Valve is stuck
Turn valve-1 to 5	Imprecise	Correct is 5.4
Turn valve-1 to 5.4	Inaccurate	Correct is 9.2
Turn valve-1 to 5.4 or 6 or 0	Unreliable	Equipment error

KESALAHAN (ERROR) dan INDUKSI

- Proses induksi merupakan lawan dari deduksi.

  DEDUKSI : merupakan hasil dari hal yang umum ke khusus

  Contoh : Semua laki-laki adalah makhluk hidup
  Socrates adalah laki-laki

  Dapat ditarik kesimpulan :
  Socrates adalah makhluk hidup

  INDUKSI : menggeneralisasi dari hal khusus ke umum

  Contoh : Disk saya belum pernah rusak
  ⑦ Disk saya tidak pernah akan rusak

  dimana simbol ⑦ mewakili “oleh karena” untuk induksi dan ⑧ mewakili “oleh karena” untuk deduksi.

PROBABILITY KLASIK(1/2)

- Probability merupakan cara kuantitas yang berhubungan dengan ketidakpastian
- Teori probability diperkenalkan pada abad 17 oleh penjudi Perancis dan pertama kali diajukan oleh Pascal dan Fermat (1654)
- Prob. Klasik disebut juga dengan **a priori probability** karena berhubungan dg game atau sistem.
- Formula fundamental prob. Klasik

$$\mathbf{P = W / N}$$

dimana : W = jumlah kemenangan

N = jumlah kemungkinan kejadian yg sama pd percobaan

- Contoh:

Sebuah dadu dilemparkan 1X maka ada 6 kemungkinan

$$P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = 1/6$$

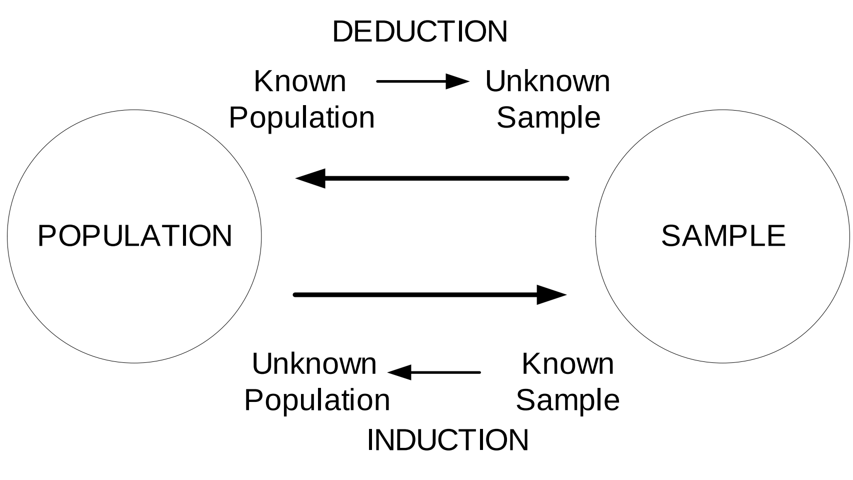
Jika percobaan diulang lagi maka akan menghasilkan yang sama (Deterministic), jika tidak non-deterministic (acak)

- Probability kehilangan (Kalah)

$$\mathbf{Q = (N - W) / N = 1 - P}$$

PROBABILITY KLASIK(2/2)

- *Titik Contoh (sample point)* : hasil dari percobaan
- *Ruang Contoh (sample space)* : kumpulan dari semua kemungkinan titik contoh.
- *Kejadian (event)* : subset dari ruang contoh.
- *Kejadian sederhana (simple event)* : hanya ada satu elemen kejadian.
- *Kejadian gabungan (compound event)* : terdapat lebih dari dari satu kejadian
- Penalaran Deduktif dan Induktif dilihat dari populasi dan contoh (sample)



TEORI PROBABILITAS

- Teori formal probabilitas dibuat dengan menggunakan 3 aksioma
- Teori aksiomatik disebut juga o*bjective theory of probability* diperkenalkan oleh *Kolmogorov*, sedangkan teori aksiomatik probabiliti kondisional dibuat oleh *Renyi*
- Tiga aksioma probabilistik :

1. $\mathbf{0 \leq P(E) \leq 1}$

   Aksioma ini menjelaskan bahwa jangkauan probabilitas berada antar 0 dan 1. Jika suatu kejadian itu pasti terjadi maka nilai probabilitasnya adalah 1, dan jika kejadiannya tidak mungkin terjadi nilai probabilitasnya adalah 0

2. $\mathbf{\Sigma\, P(Ei) = 1}$

   Aksioma ini menyatakan jumlah semua kejadian tidak memberikan pengaruh dengan lainnya, maka disebut *mutually exclusive events* yaitu 1.

   Corollary dari aksioma ini adalah :

   $$\mathbf{P(E) + P(E') = 1}$$

3. $\mathbf{P(E1 \cup E2) = P(E1) + P(E2)}$

   Dimana E1 dan E2 adalah kejadian *mutually exclusive*. Aksioma ini mempunyai makna bahwa jika E1 dan E2 keduanya tidak dapat terjadi secara simultan, maka probabilitas dari satu atau kejadian lainnya adalah jumlah dari masing-masing probabilitasnya.

EKSPERIMENTAL dan PROBABILITAS SUBJEKTIF

- **Ekperimental probability** kebalikan dari a priori yaitu posteriori probability yang artinya “setelah kejadian”. Posteriori probabilitas mengukur frekuensi kejadian yang terjadi untuk sejumlah percobaan.

$$P(E) = \lim_{N \to \sim} \frac{f(E)}{N}$$

Dimana, F(E) = frek kejadian

N = banyaknya kejadian

- **Subjective probability** berhubungan dg kejadian yg tidak dapat direproduksi dan tidak mempunyai basis teori sejarah untuk mengektrapolasi. Subjective probability sebagai opini lebih mengekspresikan suatu probabilitas dibandingkan probabilitas yang berdasarkan aksioma.

Tipe Probabilitas

Nama	Formula	Karakteristik
A priori (classical, theoretical, mathematical, symmetic equiprobable equal likehood)	$P(E) = \frac{W}{N}$ Dimana W adalah angka keluaran dari kejadian E untuk total N kemungkinan keluaran	- Kejadian berulang - Keluaran yang sama - Bentuk pasti matematika diketahui - Semua kemungkinan kejadian dan keluaran diketahui
A posteriori (experimental, empirical, scientific, relative frequency, statistical) $P(E) \approx \frac{f(E)}{N}$	$P(E) = \lim_{N \to \sim} \frac{f(E)}{N}$ Dimana f(E) adalah frekuensi (f) dari kejadian (E) yang diamati untuk total N keluaran.	- Kejadian berulang berdasarkan percobaan - Aproksimasi dari sejumlah percobaan terbatas - Bentuk pasti matematika tidak diketahui
Subjective (personal)		- Kejadian tidak berulang - Bentuk pasti matematika tidak diketahui - Metode frekuensi relatif tidak dimungkinkan - Didasarkan pada pengalaman, kebijaksanaan, opini atau kepercayaan dari pakar.

PROBABILITAS GABUNGAN

- Dalam probabilitas gabungan, kejadian dapat dihitung dari ruang contohnya.
- Contoh : Probabilitas pelemparan dadu

  A = {2,4,6} B = {3,6}

  $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{N(s)} = \frac{1}{6}$

  Dimana n = angka elemen dalam set

  S = ruang contoh (sample space)
- **Independent events :** kejadian yg masing-masing tidak saling mempengaruhi. Untuk 2 kejadian bebas A dan B, probabilitasnya merupakan produk dari probabilitas individual.
- Kejadian A dan B disebut **pairwise independent**

  $P(A \cap B) = P(A)\ P(B)$
- **Stochastically independent event** : Jika dan hanya jika formula diatas benar.
- Formula **mutual independence** N events mambutuhkan 2N persamaan yagng dapat dipenuhi :

  $P(A^*1 \cap A^*2 \ldots\ldots \cap A^*N) = P(A^*1)\ P(A^*2) \ldots P(A^*N)$
- Contoh :
  - $P(A \cap B \cap C) = P(A)\ P(B)\ P(C)$
  - $P(A \cap B \cap C') = P(A)\ P(B)\ P(C')$
  - $P(A \cap B' \cap C) = P(A)\ P(B')\ P(C)$ dst
- Untuk Gabungan $P(A \cup B)$
  1. $P(A \cup B) = \frac{n(A) + n(B)}{n(S)} = P(A) + P(B)$

     → hasilnya akan terlalu besar jika set overlap

     → untuk set disjoint
  2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

  Atau

  $P(A \cup B \cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)- P(A\cap C)- P(B\cap C) + P(A \cap B \cap C)$

  → disebut **additive law**

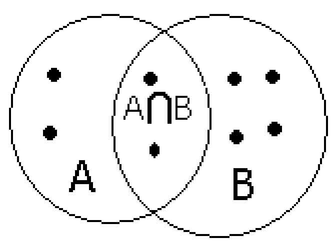
PROBABILITAS KONDISIONAL(1/4)

- $\mathbf{P(A|B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}}$ untuk $B \neq 0$

  Dimana : P(A|B) = probabilitas kondisional

  P(B) = probabilitas a priori
- Jika probabilitas a priori digunakan dalam probabilitas kondisional maka disebut **unconditional / absolute probability**
- Contoh :

  $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)} = \dfrac{4}{8}$ $\qquad$ $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{6}{8}$



- Jika diketahui kejadian B telah terjadi, maka ruang contoh yang dikurangi hanya B.

  N(S) = 6

  $P(A|B) = \dfrac{n(A \cap B)}{n(B)} = \dfrac{2}{6}$

PROBABILITAS KONDISIONAL(2/4)

- ***Hukum Multiplicative*** dari probabilitas untuk dua kejadian

  $$P(A \cap B) = P(A \mid B)\ P(B)$$

  Atau

  $$P(A \cap B) = P(B \mid A)\ P(A)$$

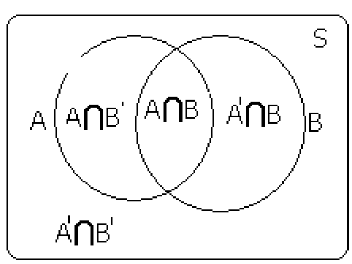
  Atau

  $$P(A \cap B \cap C) = P(A \mid B \cap C)\ P(B \mid C)\ P(C)$$

- Bentuk Umum :

  $$P(A1 \cap A2 \cap \ldots \cap AN) = P(A1 \mid A2 \cap \ldots \cap AN) \,.\, P(A2 \mid A3 \cap \ldots \cap AN) \,.\, \ldots P(AN\text{-}1 \mid AN)\ P(AN)$$

- Interpretasi 2 set ruang contoh



PROBABILITAS KONDISIONAL(3/4)

- Set Interpretasi

	X	X'	Total of Rows
C	$C \cap X$	$C \cap X'$	$C = (C \cap X) \cup (C \cap X')$
C'	$C' \cap X$	$C' \cap X'$	$C = (C' \cap X) \cup (C' \cap X')$
Total of columns	$X=(C' \cap X) \cup (C \cap X)$	$X'=(C' \cap X') \cup (C \cap X')$	S (Sample space)

- Interpretasi Probabilitas dari Dua Set

	X	X'	Total of Rows
C	$P(C \cap X)$	$P(C \cap X')$	P(C)
C'	$P(C' \cap X)$	$P(C' \cap X')$	P(C')
Total of columns	P(X)	P(X')	1.0

PROBABILITAS KONDISIONAL(44/)

- Contoh :

	Merk X	Bukan Merk X	Jumlah Baris
Rusak C	0.6	0.1	0.7
Tidak Rusak C’	0.2	0.1	0.3
Jumlah Kolom	0.8	0.2	1.0

1. Probabilitas kerusakan disket merk X & bukan merk X: P(C) = 0.7
2. Probabilitas yang tidak rusak dari ruang contoh : P(C’) = 0.3
3. Probabilitas digunakannya merk X : P(X) = 0.8
4. Probabilitas tidak digunakannya merk X : P(X’) = 0.2
5. Probabilitas rusak dan menggunakan merk X :

   $P(C \cap X) = 0.6$
6. Probabilitas rusak & merk X yang sedang digunakan:

   $P(C|X) = \frac{P(C \cap X)}{P(X)} = \frac{0.6}{0.8} = 0.75$
6. Probabilitas rusak & merk bukan X yang sedang digunakan:

   $P(C|X') = \frac{P(C \cap X')}{P(X')} = \frac{0.1}{0.2} = 0.50$
7.

- Interpretasi dari no. 5 :

  Jika suatu disket diambil secara acak, maka kemungkinan 0.6 kalinya yang terambil adalah merk X dan mengalami kerusakan

TEOREMA BAYES (1/2)

- Ditemukan oleh Thomas Bayes
- Teorema Bayes kebalikan dari probabilitas kondisional P(A|B) atau disebut *posteriori probability*, dimana dalam teorema Bayes : state probabilitas dari kejadian awal diberikan untuk melihat kejadian yang mungkin akan terjadi kemudian.
- Dari contoh kerusakan disket merk X dan bukan merk X :
- (6) 75% kemungkinan disket merk X akan rusak dlm 1 tahun adalah.
- (7) probabilitas disket merk bukan X rusak dalam 1 tahun 50%.
- Pertanyaannya adalah : kita punya disket dan tidak tahu merk apa, bagaimana probabilitas kerusakannya jika merk X ? Atau merk bukan X ?
- Diketahui kita diberikan disket rusak, probabilitas merk X dapat diperoleh dari probabilitas kondisional dan hasil (1), (5).

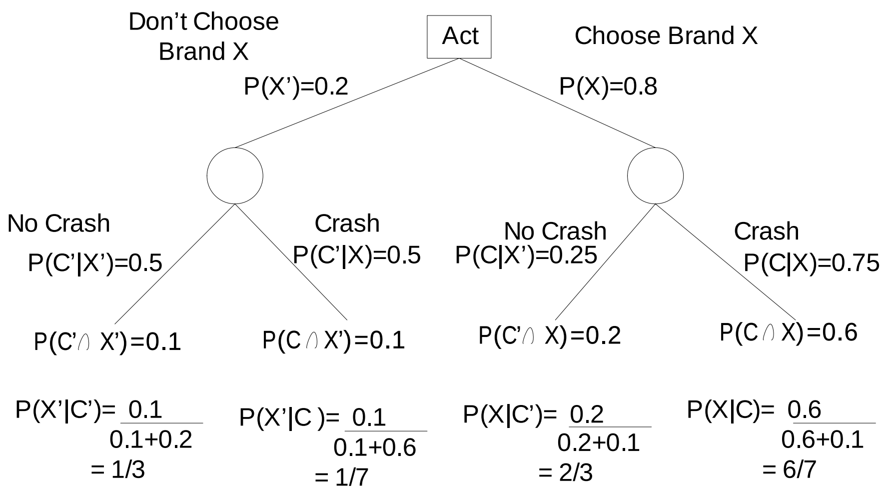
$$P(X \mid C) = \frac{P(C \cap X)}{P(C)} = \frac{0.6}{0.7} = \frac{6}{7}$$

- Alternatif lain, menggunakan Hukum Multiplicative (1), (3), (6).

$$P(X \mid C) = \frac{P(C|X)\,P(X)}{P(C)} = \frac{(0.75)\,(0.8)}{0.7} = \frac{0.6}{0.7} = \frac{6}{7}$$

TEOREMA BAYES (2/2)

- Pohon Keputusan untuk kasus Disket yang rusak :



Prior
P(Hi)

Conditional
P(E|H)

Joint-P(E∩Hi)
= P(E|Hi) P(Hi)

Posterior

$$P(Hi|E) = \frac{P(E \cap Hi)}{\sum P(E \cap H_j)}$$

- Bentuk umum Teorema Bayes :

$$P(Hi|E) = \frac{P(E \cap Hi)}{\sum P(E \cap Hj)} = \frac{P(E|Hi)\,P(Hi)}{\sum P(E|Hj)\,P(Hj)} = \frac{P(E|Hi)\,P(Hi)}{P(E)}$$

FAKTOR KEPASTIAN (CERTAINTY FACTOR) (1/5)

- Faktor kepastian merupakan cara dari penggabungan kepercayaan (*belief*) dan ketidapercayaan (*unbelief*) dalam bilangan yang tunggal.
- Dalam certainty theory, data-data kualitatif direpresentasikan sebagai derajat keyakinan (*degree of belief*).
- Tahapan dalam merepresentasikan data-data kualitatif :
  - kemampuan untuk mengekspresikan derajat keyakinan sesuai dengan metode yang sudah dibahas sebelumnya.
  - kemampuan untuk menempatkan dan mengkombinasikan derajat keyakinan tersebut dalam sistem pakar.

FAKTOR KEPASTIAN (CERTAINTY FACTOR) (2/5)

- Dalam mengekspresikan derajat keyakinan digunakan suatu nilai yang disebut *certain factor (CF)* untuk engasumsikan derajat keyakianan seorang pakar terhadap suatu data.

  Formulasi *certain factor* :

  CF[H,E] = MB[H,E] – MD[H,E]

  Dimana :

  CF = *Certain Factor* (faktor kepastian) dalam hipotesis H yang dipengaruhi oleh fakta E

  MB = *Measure of Belief* (tingkat keyakinan), adalah ukuran kenaikan dari kepercayaan hipotesis H dipengaruhi oleh fakta E.

  MD = *Measure of Disbelief* (tingkat tidakyakinan), adalah kenaikan dari ketidakpercayaan hipotesis H dipengaruhi fakta E.

  E = *Evidence* (peristiwa ataua fakta)

FAKTOR KEPASTIAN (CERTAINTY FACTOR) (3/5)

- Penggabungan kepercayaan dan ketidakpercayaan dalam bilangan yang tunggal memiliki dua kegunaan, yaitu :
- Faktor kepastian digunakan untuk tingkat hipotesis di dalam **urutan kepentingan**.
- Contoh : jika seorang pasien mempunyai gejala tertentu yang mengindikasikan beberapa kemungkinan penyakit, maka penyakit dengan CF tertinggi menjadi urutan pertama dalam urutan pengujian.
- Ukuran kepercayaan dan ketidapercayaan didefinisikan dalam probabilitas sebagai berikut :

$$MB(H,E) = \begin{cases} 1 & P(H) = 1 \\ \dfrac{\max[P(H|E),P(H)]-P(H)}{\max[1,0]-P(H)} & \text{lainnya} \end{cases}$$

$$MD(H,E) = \begin{cases} 1 & P(H) = 0 \\ \dfrac{\max[P(H|E),P(H)]-P(H)}{\min[1,0]-P(H)} & \text{lainnya} \end{cases}$$

FAKTOR KEPASTIAN (CERTAINTY FACTOR) (4/5)

- Karakteristik dari MB, MD dan CF

Karakteristik	Nilai
Jangkauan	$0 \leq MB \leq 1$ $0 \leq MD \leq 1$ $-1 \leq CF \leq 1$
Hipotesis pasti benar P(H|E) = 1	MB = 1 MD = 0 CF = 1
Hipotesis pasti salah P(H'|E) = 1	MB = 0 MD = 1 CF = -1
Kekurangan fakta P(H|E) = P(H)	MB = 0 MD = 0 CF = 0

- Faktor kepastian (CF) menunjukkan jaringan kepercayaan dalam suatu hipotesis ayng berdasarkan pada beberapa fakta.
- CF Positif : mendukung hipotesis, karena MB > MD.
- CF=1 : fakta secara definisi membuktikan suatu hipotesis
- CF=0 : ⬩ CF=MB-MD = 0 , berarti tidak ada fakta
  - ⬩ MD=MB, berarti kepercayaan dihapus/ditiadakan oleh ketidakpercayaan
- CF Negatif : fakta menandakan negasi dari hipotesis, karena MB < MD. Dengan kata lain menyatakan ketidakpercayaan terhadap hipotesis daripada mempercayainya.

FAKTOR KEPASTIAN (CERTAINTY FACTOR) (5/5)

- Faktor kepastian memberikan seorang pakar untuk menyatakan **kepercayaan tanpa menyatakan nilai ketidakpercayaan**.

Formulanya :

CF(H,E) + CF(H',E) = 0

- Berarti, fakta mendukung suatu hipotesis dan mengurangi dukungan terhadap negasi dari hipotesis dengan jumlah yang sama, sehingga jumlahnya selalu nol.
- Contoh :
- Mahasiswa lulus jika mendapatkan nilai A untuk suatu mata kuliah.

  CF(H,E) = 0,70 CF(H',E) = -0,70
- Seberapa kepercayaan Anda bahwa mendapatkan nilai A akan membantu Anda lulus ?

  Jawab : saya pastikan 70% bahwa saya akan lulus jika saya memperoleh nilai A untuk mata kuliah ini.
- Seberapa ketidakpercayaan Anda bahwa mendapatkan nilai A akan membantu Anda lulus ?

  Jawab : saya pastikan -70% bahwa saya tidak akan lulus jika saya memperoleh nilai A untuk mata kuliah ini

PERHITUNGAN dengan FAKTOR KEPASTIAN (1/5)

- Definisi asli dari CF adalah : CF = MB – MD
- Tahun 1977 definisi asli tersebut diubah dalam MYCIN menjadi :

$$\mathbf{CF = \frac{MB - MD}{1 - \min(MB, MD)}}$$

- Aturan MYCIN untuk mengkombinasikan antecedent evidence dari ekspresi dasar

Evidence E	Ketidakpastian anteseden
E_1 AND E_2	$Min[CF(H,E_1),CF(H,E_2)]$
E_1 AND E_2	$Max[CF(H,E_1),CF(H,E_2)]$
NOT E	-CF(H,E)

Contoh : Diketahui ekspresi logika untuk penggabungan evicence

E=(E1 AND E2 AND E3) OR (E4 AND NOT E5)

Evidence E akan dihitung sebagai berikut :

E = max [min(E1,E2,E3), min (E4,-E5)]

Jika diketahui : E1 = 0.9 E2= 0.8 E3 = 0.3
E4 = -0.5 E5 = -0.4

Maka hasilnya :E = max [min(0.9;0.8;0.3), min (-0.5;(-0.4))]
E = max[0.3;-0.5]

PERHITUNGAN dengan FAKTOR KEPASTIAN (2/5)

- Rumus dasar untuk CF dari kaidah

  IF E THEN H

  adalah :

  $$CF(H,e) = CF(E,e)\ CF(H,E)$$

  Dimana :

  CF(E,e) : faktor kepastian dari fakta E membuat antecedent dari kaidah berdasarkan pada ketidakpastian fakta e

  CF(H,E) : faktor kepastian dalam hipotesa dengan asumsi bahwa fakta diketahui dengan pasti, bila CF(E,e)=1

  CF(H,e) : faktor kepastian hipotesis yang didasarkanpada ketidakpastian fakta e.

  Jika semua fakta dalam antecedent diketahui dengan pasti rumus faktor kepastiannya menjadi :

  CF(H,e) = CF(E,e) , karena CF (E,e) = 1

PERHITUNGAN dengan FAKTOR KEPASTIAN (3/5)

- Contoh : kaidah streptococcus (bakteri)

  IF 1. Zat warna dari organisme adalah gram positif AND
  2. morfologi dari organisme adalah coccus AND
  3. penyesuaian diri dari organisme adalah merantai

  THEN Ada bukti sugesstif (0.7) bahwa identifikasi dari organisme tersebut adalah streptococcus

  Dimana faktor kepastian dari hipotesis dengan kepastian fakta adalah

  $CF(H,E) = CF(H, E1 \cap E2 \cap E3) = 0.7$

  Dan disebut ***Attenuation factor***.

- **Attenuation factor** didasarkan pada asumsi bahwa semua fakta E1, E2 dan E3 diketahui dengan pasti, yaitu :

  $CF(E1,e) = CF(E2,e) = CF(E3,e) = 1$

  Jika diasumsikan :

  $CF(E1,e) = 0.5$
  $CF(E2,e) = 0.6$
  $CF(E3,e) = 0.3$

  Maka

  $$\begin{aligned} CF(E,e) = CF(E1 \cap E2 \cap E3,e) &= 0.7 \\ &= \min[CF(E1,e), CF(E2,e), CF(E3,e)] \\ &= \min[0.5;0.6;0.3] \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

  $$\begin{aligned} CF(H,e) = CF(E,e)\ CF(H,e) &= (0.3)\ .\ (0.7) \\ &= 0.21 \end{aligned}$$

  Karena CF dari antecedent CF(E,e) > 0.2; antecedent dinyatakan benar dan kaidah diaktifkan.

PERHITUNGAN dengan FAKTOR KEPASTIAN (4/5)

- Jika ada kaidah lain termasuk dalam hipotesis yang sama tetapi berbeda dalam faktor kepastian, maka perhitungan faktor kepastian dari kaidah yang sama dihitung dari enggabungan fungsi untuk faktor kepastian yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\text{CFcombine(CF1,CF2)} = \begin{cases} \text{CF1+CF2(1-CF1)} & \text{kedua-duanya} > 0 \\ \dfrac{\text{CF1+CF2}}{\text{1-min(|CF1|,|CF2|}} & \text{salah satu} < 0 \\ \text{CF1+CF2(1-CF1)} & \text{kedua-duanya} < 0 \end{cases}$$

Dimana, CFcombine digunakan bergantung pada apakah faktor kepastian positif atau negatif.

PERHITUNGAN dengan FAKTOR KEPASTIAN (5/5)

Contoh :

Masih terkait dengan contoh sebelumnya. Jika terdapat kaidah lain termasuk dalam strptococcus dengan faktor kepastian CF2 = 0.5, maka penggabungan kepastian menggunakan rumusan CFcombine sebelumnya dan diperoleh :

CFcombine(0.21;-0.5) = 0.21+0.5(1-0.21) = 0.605

Anggaplah kaidah ketiga juga mempunyai konklusi yang sama, tetapi CF3 = 0.4, maka dengan menggunakan rumus kedua dari CFcombine diperoleh :

$$\text{CFcombine}(0.605;-0.4) = \frac{0.605 - 0.4}{1 - \min(|0.605|-|-0.4|} = \frac{0.205}{1 - 0.4} = 0.34$$

Rumus CFcombine juga bersifat komutatif, yaitu :

CFcombine(X,Y) = CFcombine(Y,X)

Pohon kesimpulan CF dari dua kaidah denganh hipotesa sama didasarkan pada ketidakpastian fakta :